

周波数オークションにおける 制度設計

松原繁夫

京都大学 情報学研究科 社会情報学専攻

アウトライン

- 周波数オークション
- メカニズムデザイン（制度設計）とは？
- メカニズムデザインの形式的表現
- メカニズムデザインの具体例
- メカニズムデザインと計算機科学
- まとめ

2012/5/25

SICE講演会

2

周波数オークション

日本における周波数オークション

- 周波数オークションとは：電波の免許人の選定に際し、競売を実施し、最高価格を入札した者を有資格者とする制度
- 国内での議論の経緯
 - 2010/8/30 次期電波利用料の見直しに関する基本方針
 - 2011/3/2～12/19 総務省周波数オークションに関する懇談会
 - 2011/11/19 行政刷新会議 提言型政策仕分け
 - 900MHz帯からオークション制度を導入すべき
 - オークション収入は一般財源とすべき
 - 2012/1/19 総務省「透明性を図りつつ、割当事業者を決定」と宣言し、従来通りに事業者を選択することを決定
 - 2012/2/29 900MHz帯をソフトバンクモバイルに割当て
 - 審査結果：イー・アクセス 8点、NTTドコモ 5点、KDDI 5点、ソフトバンクモバイル 9点

2012/5/25

SICE講演会

3

周波数オークション

米国FCCによる周波数オークション

- 1981年以前
 - 比較聴聞方式（comparative hearings）による周波数割当て
 - 問題点：審査に長期間を要し、未処理案件が積滞
- 1981年通信法改正（Reagan era）
 - 無差別選択方式（random selection）を導入
 - 問題点：(1)周波数を適切に利用する能力のない者が免許人に、(2)二次取引による利益を目的とする投機的免許申請
- 1993年通信法改正（Clinton era）
 - オークション方式を導入
- 実施状況
 - 合計実施回数 80回（1994年～）
 - 合計落札額 約\$78,060 million
 - 対象免許総数 68,981件、割当免許総数 36,304件

2012/5/25

SICE講演会

4

周波数オークションの制度設計における課題

- 代替的 vs. 補完的
 - 免許は地域毎に割り当てられる
 - 免許個々の価値は、他にどのような免許を獲得できるかに依存
 - 新規参入業者にとって、事業としてスケールメリットを活かすには、5個か6個の免許が必要
 - それより少なくても、それより多くても価値が下がる
 - つまり、免許一つを取りだしてその価値を決めることはできない
- 免許を一つずつ順に割り当てる
逐次オークションでは、入札者は入札額を決められない

オークション方式 同時多数回オークション

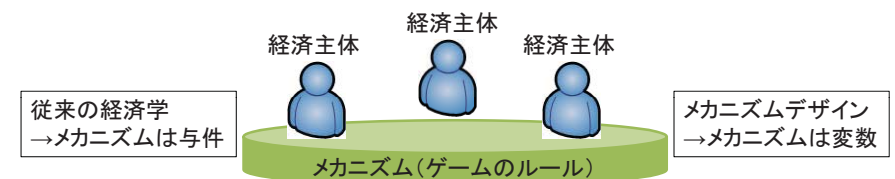
- 同時：複数の免許に入札可能
- 多数回：離散で継続したラウンド
- 各ラウンド毎に、暫定の勝者が決められ、全体に周知される
 - 入札者はこの情報をもとに、次のラウンドでの入札額を決定
- すべての免許に関して価格が更新されなくなれば、終了
- #59 Multiple Address Systems Spectrum
 - 126ラウンド、17日間で終了

同時多数回オークションの問題

- 露出问题 (exposure problem)
 - 全米での事業を計画している事業者
 - 価格が高騰し、結果、一部地域の免許しか獲得できない場合、獲得した免許の価値は支払額に見合わない
 - 同時多数回オークションでは、このようなリスクにさらされる
- 解決策の一つ
 - Vickrey-Clarke-Grovesメカニズム
 - 誘因両立的 (正直は最良の策)
 - パレート効率的 (社会的に最適な割当ての実現)
 - しかし、組み合わせ最適化問題を解く必要
 - “Problem: computability constraints – combinatoric problems (Hard)” in John Ledyard, Brief History of Combinatorial Auction Mechanisms: Theory and Practice.

メカニズムデザイン

- 経済学の一分野
- Hurwicz(1960)により原型が与えられた
 - 従来の経済学：制度や経済システムは「与件」として考えられ、その中で経済主体は最適化を行い、その結果何が起こるかを分析
 - メカニズムデザインアプローチ：制度そのものを「変数」とする革命
- メカニズムデザイン：設計者にとって望ましい状態 (社会的選択) が与えられたときに、それを実現する制度を設計

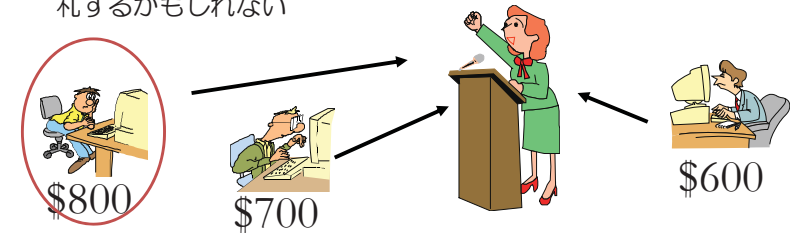


メカニズムデザイン

- 近年、人工知能など計算機科学の分野でも研究が盛んに
 - 論文誌ACM Transactions on Economics and Computationの創設
- 計算機システム・機械システムは「合理的」（どの行動が大きな利益をもたらすかを計算する能力が人間より優れている）という点で、メカニズムデザインの対象としてより適していると考えられることもできる
- 応用領域：オークション、投票、マッチング

通常の入札：第一価格秘密入札

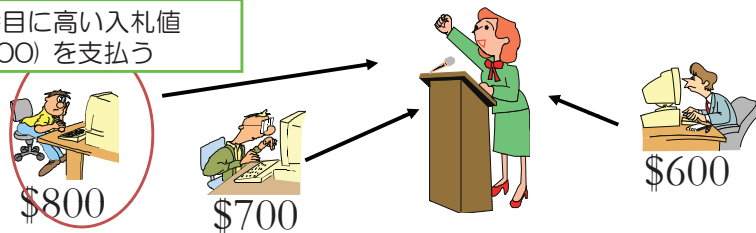
- メカニズムのアウトプット：勝者と支払額の決定
- メカニズム（オークションのルール）：最高値の入札者が落札し、勝者は自己の入札値を支払う
- 設計者の目的を、「最も高い評価値を持つ入札者が商品を落札すること」と考えた場合、**第一価格秘密入札ではこの目的の達成を保証できない**
 - \$800の入札者は入札額を下げることで、支払額を減らせる
 - しかし、入札額を下げ過ぎると\$700の評価値を持つ入札者が落札するかもしれない



第二価格秘密入札（Vickrey入札）

- メカニズム（オークションのルール）
 - 最高値の入札者が落札
 - 支払う金額は**二番目に高い**入札値
- 「最も高い評価値を持つ入札者が商品を落札すること」が満たされる
 - 自分の評価値が\$800の場合:
 - 他者の入札値の最高額が\$800未満:何を入札しても支払額は同じ
 - \$800以上: 何を入札しても利益を得ることは不可能
 - 「正直は最良の策」が成り立ち、結果**上記目的が実現される**

二番目に高い入札値 (\$700) を支払う



社会的選択

- エージェントの集合 $I = \{1, 2, \dots, n\}$
- 帰結の集合 X
 - オークション：(落札者, 支払額) = (入札者1, \$1) or (入札者1, \$2) or ... or (入札者2, \$1) or (入札者2, \$2) or ...
- 各 $i \in I$ は X 上に選好 \succeq_i を持つ。これを選好集合 D_i と呼ぶ。
 - (入札者1, \$1) \succeq (入札者1, \$2) \succeq (入札者1以外の入札者, \$3) \succeq (入札者1, \$3)
 - 入札者1にとっては、できるだけ安く買える方がよい。でも、\$3を支払わないといけないのなら要らない。
- ドメイン D_I ：選好集合 D_i の直積
- 社会的選択関数 $F: D_I \rightarrow X$
 - 個々のエージェントの選好が与えられたときに、一つの帰結を与える関数

メカニズムデザインを少し形式的に定義すると

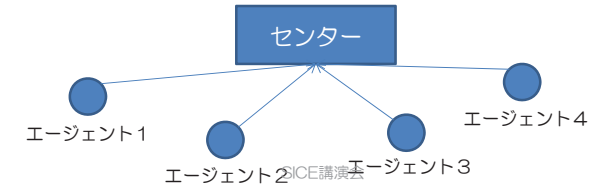
社会的選択として望ましい性質

- パレート効率性
 - いずれかの参加者の効用を犠牲にすることなしには、他の参加者の効用を向上することができない状態
- 社会的余剰の最大化
 - 参加者全員の効用の総和の最大化
 - オークションでは、金銭のやり取りが可能のため、パレート効率性と社会的余剰最大化は同じことを意味する
- あるエージェントの効用最大化
 - オークションでは売り手の収益最大化など
- 予算均衡
 - オークション主催者に関して、収入と支出が一致すること
- 個人合理性
 - メカニズムに参加しても、負の効用を得ることがない、つまり、損をすることがない
- 誘因両立性

メカニズムデザインを少し形式的に定義すると

メカニズム

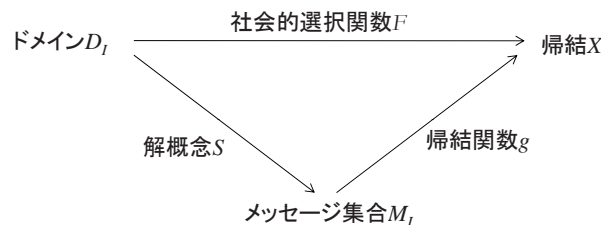
- 実現目標（社会的選択関数）とそれを導く方法（メカニズム）の区別
 - 選好は各エージェントが持つ情報（個人情報）であり、直接観測できない。一つの帰結を決定するためには、何らかの手順が必要
- メカニズム
 - メッセージ m_i 各エージェント i からセンター（制度運営者）へ申告
 - 秘密入札では、入札額をオークション主催者に申告
 - メッセージ集合 M_i
 - 帰結関数 $g: M_i \rightarrow X$ 制度運営者が帰結を選び取る関数
 - 第一価格秘密入札では、最高額の入札者を勝者とし、その額を支払額と決定する
 - メカニズムは、メッセージ集合 M_i と帰結関数 g の組として定義される



メカニズムデザインを少し形式的に定義すると

社会的選択とメカニズムデザインの関係

- メカニズムが与える帰結はメッセージに依存
- よって、エージェントの行動の特徴づけが必要。
- ゲーム理論の意味で合理的に振る舞うと仮定
- 解概念 S （支配戦略均衡 or Bayesian-Nash均衡 or ...）におけるメッセージ集合を考える
- メカニズム (M, g) が解概念 S のもとで社会的選択関数 F を遂行する
 $F(\succeq) = g(S(\succeq, M, g))$



メカニズムデザインを少し形式的に定義すると

解概念

- 様々な解概念が存在
- 支配戦略均衡
 - 他のエージェントがどのような戦略を取ろうとも、自己にとって最善となる戦略が存在
 - 第二価格秘密入札：真実申告
- Bayesian-Nash均衡
 - エージェント全体の選好分布に関する信念が与えられ、他のエージェントも均衡戦略を取る限り、自己にとっても最善
 - 第一価格秘密入札： n 人の入札者がいて、評価値が $[0, 100]$ の一様分布の場合、自己の評価値の $(n-1)/n$ を入札することが最善
- 解概念の強さは、支配戦略均衡 $>$ Bayesian-Nash均衡
存在の範囲の広さは、支配戦略均衡 $<$ Bayesian-Nash均衡

メカニズムデザインを少し形式的に定義すると 均衡が存在することの重要性 - インターネット広告の歴史 -

- 初期：1994. impressionベース
- 一般化第一価格オークション
 - 1997. Overture（その後、GoTo、現在はYahoo!の一部）が新たな広告販売モデルを導入。
 - 広告主が特定のキーワードに対するper-clickベースでの支払希望額を入札。
 - しかし、入札値調整ゲームとなって、価格が頻繁に変動し、非効率な割当てが発生。
 - 入札者・運営者双方にとって望ましくない状態
- 一般化第二価格オークション
 - 2002. Google AdWords
 - ユーザフレンドリーで、入札値調整ゲームの影響を受けにくい。

2012/5/25

SICE講演会

17

メカニズムデザインを少し形式的に定義すると

望ましい性質間の関係

- すべてを満たすことは不可能
 - 社会的余剰最大化と収入最大化（あるエージェントの効用最大化）は必ずしも両立しない。
 - 例えば、オークションでは、留保価格を設定することで売り手の期待収入を増やすことができるが、商品を販売しない場合が生じ、社会的余剰最大化は満たされない。
- システム設計者はいずれかを選択することになる。例えば、パレート効率性と個人合理性を満たしたい、など。

2012/5/25

SICE講演会

18

メカニズムデザインの具体例 オークションメカニズムの設計

- メカニズムを設計することはゲームのルールを決めること。
- 個々の参加者の具体的な行動までは制御できない。
 - 正直に行動する／不正行為をしない等は強制できない。
- 望ましい性質（e.g., パレート効率性）を達成するには？
- 以下のようにルールが設定できれば良い。
 - 各参加者にとって均衡戦略が存在する。
 - 全員が均衡戦略を取った場合、望ましい性質が実現される。

2012/5/25

SICE講演会

19

メカニズムデザインの具体例 仮定

- 価値モデル
 - 個人価値：物の価値は人によって異なり、その人の価値観によってのみ決定される。
 - 自分で使う骨董品
 - 共通価値：物の価値はすべての人で共通
 - 全員がこの価値を知っていればオークションを行なう必要はない。
 - 正しい値が不明で、買手が異なる推定値を持っている場合にオークションが必要
 - 鉱山の採掘権、ワールドカップの放映権
 - 相関価値：これらの中間
- 準線形 (quasi-linear) の効用
 - 財を落札した場合の効用 (うれしさ) は、財の価値と支払額の差で与えられる。
 - 一万円の財を8000円で落札できれば効用は $10000 - 8000 = 2000$ 円
 - 財が落札できなかった場合の効用は0

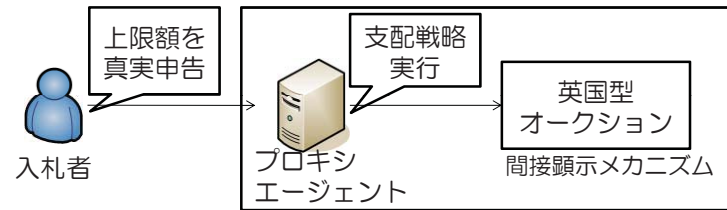
2012/5/25

SICE講演会

20

顕示原理

- 英国型＝第二価格秘密入札（個人価値の場合）



外部からみれば第二価格秘密入札
直接顕示メカニズム

- エージェントのタイプ（選好）を直接申告させるといった仮定の元でメカニズムを設計しても一般性は失われない
- いくつかの仮定の元で、第一価格秘密入札、第二価格秘密入札、英国型オークションに関して、売手の収入の期待値は同じ（収入同値定理、Vickrey 1961）。

入札締切時刻直前に入札集中

- 競り上げ式インターネットオークション
- ヤフオクなどのオークション運営者は入札代行エージェント（プロキシエージェント）を提供
 - 「上限額を設定すれば、あとは勝手にエージェントが入札してくれるので、あなたは一度希望支払額を設定するだけで良いのです！」
- 実際には上限額を何度も書き換える行動が観測され、入札締切時刻直前に入札が集中
- 従来の説明：短時間に入札が集中すると、サーバーの処理能力を越えて、パケットロスが生じ、その結果安く買える
- 計算機科学の立場から見ると、上記の理由であれば、単にサーバーを増強すれば問題は解決
- でもまだ何か問題点を指摘できるかな？

締切時刻直前に入札集中は 公開入札の利点を損なう

- 情報顕示の失敗：商品の品質は様々、本物もあれば偽物も、公開入札が実質秘密入札になれば、他者の評価を知ることが難しくなる
- この状況をどうモデル化するか？
- 状況を説明できる範囲で、できるだけ単純化
 - 商品には高品質と低品質の2種類が存在
 - 入札者には専門家と素人の2つのタイプが存在
 - 専門家は商品の価値を正確に知ることができる
 - 素人は自分だけでは商品の価値を正確に判断できないが、他者の高額の入札を見ると、それを高品質と判断
 - 素人は損をすることを極端に嫌うと仮定

現行方式の均衡解析と問題点指摘

- 前ページの仮定が与えられると、
- 専門家は締切直前まで一切付け値しないことが最善（Nash均衡）
- なぜなら、高品質という情報が素人に漏れると、競争が激しくなる
- 素人は他者の高額の入札を見なければ、低品質の商品と判断して付け値
- なぜなら、低品質の商品に高額な支払いをすると効用が著しく低下するため
- このとき、素人は高品質の商品を買うことができず、社会的余剰の最大化に失敗する
- つまり、締切時刻直前に入札集中するとメカニズムとして問題がある、という状況が示された。
- さて、この状況をどうやって改善するか？

解決策：「アメ」の設計

- オークションの早い段階で高額な付け値をした入札者には報奨金を与える
- プロキシエージェントに閾値以上の値に上限額を設定した場合、入札額固定という意味表明できる機能を付与する。
- オークションの初期段階において、入札額固定の意思表明期間を設定する。
- 入札額固定を表明した入札者が2名以上いた場合、入札額固定ありと周知する。ただし、設定額自体は周知しない。
- 入札額固定した入札者の中で最大額に設定した者に報奨金を付与
- ここでまた問題、報奨金額はいくらに設定すればよいか？
 - 報奨金額が大きすぎると、売り手が損をする。
 - 報奨金額が小さすぎると、専門家にとって魅力的でない

報奨金の計算

- 専門家にとって、入札額固定しない場合と入札額固定した場合の効用（うれしさ）が同じになるよう報奨金を設定すれば良い
- 一見、状況が変わっていないように見えるが、素人の中で商品が高品質であれば非常に高い金額を払っても良いという者がいる場合に売り手は収入を増やすことができる

- 報奨金の計算

$$E[u'_e(x_i^1)] = \int_{v^1}^{x_i^1} (n-1)(F(z))^{n-2}(x_i^1 - z)f(z)dz$$

$$E[u''_e(x_i^1)] = \int_{v^1}^{x_i^1} (n+m-1)((F(z))^{n+m-2}(x_i^1 - z)f(z)dz \\ + (F(x_i^1))^{n-1}p_e - \int_{v^1}^{x_i^1} (n-1)((F(z))^{n+m-2}p_e f(z)dz$$

- この元で、均衡戦略を求める
- シミュレーションによって、社会的余剰・売り手の収入の改善の度合いを示す

メカニズムデザインと計算機科学

- インターネット：様々な目標や選好を持つ異なる組織によって所有・運営されている
- 戦略的振る舞いのもとでの社会選択を議論することの重要性が増加
- ECON for CS
 - ネットワーク帯域利用：共有地の悲劇
 - P2Pファイル共有：ただ乗り問題
 - インターネット環境での資源割当て
 - 全体の制御者不在
 - 情報の非対称性
 - 戦略的行動の考慮が必須
- CS for ECON
 - システム大規模化・複雑化により計算量の問題が発生
 - アルゴリズムの工夫による解決

組合せオークション

- 商品が複数種類ある場合
 - 逐次オークション：一つの財のオークションが終われば、別の財のオークションを開始する。これを繰り返す。
 - 並行オークション：同時に財が販売されるが、組み合わせへの入札は認められない。米国連邦通信委員会の周波数オークションなど。
 - 組合せオークション：財の組み合わせに入札可能
- 逐次・並行オークションの問題点：財の価値の間に依存関係の扱い
 - 以下の場合、個々の財の価値を単独では決められない
 - 補完的: パソコンとメモリ（パソコンがなければメモリは不要）
 - 代替的: VAIOとLet's note（どちらか一方でよい）
- 逐次オークションや並行オークションでは、メモリだけ落札できて、パソコンが落札できない、あるいは、VAIOとLet's noteの両方を落札してしまうといった事態が生じる
- 組合せオークションでは上記の問題を回避できる

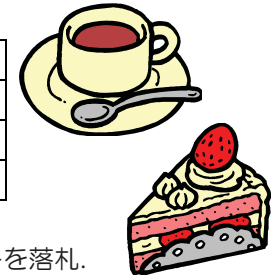
一般化Vickrey入札 (VCGメカニズム)

- Vickrey入札の複数財への拡張
- Vickrey-Clarke-Grovesにちなんだ名称
- 各参加者は財の任意の組合せに関して評価値を申告。
- 申告された評価値に基づいて、社会的余剰が最大化されるように財が割り当てられる。
- 参加者は迷惑料（その参加者が入札に参加することによって生じる、他の参加者の社会的余剰の減少分）を支払う。
- 入札者*i*が勝者に含まれる場合、その支払額は以下の式で与えられる
 (入札者*i*がオークションに参加しない場合の社会的余剰)
 - (入札者*i*がオークションに参加した場合の、*i*以外の評価値の総和)
- 入札者*i*の効用=落札した財の価値-支払額
 =社会的余剰-入札者*i*がオークションに参加しない場合の社会的余剰
- 「正直は最良の策」が成り立ち、結果はパレート効率的

VCGメカニズムの例

- 三人の入札者、二種類の財のオークション

	coffee	cake	both
入札者1	\$6	\$0	\$6
入札者2	\$0	\$0	\$8
入札者3	\$0	\$5	\$5



- 結果
 - 入札者1がコーヒーを、入札者3がケーキを落札。
 - 入札者1の支払額は $\$8 - \$5 = \$3$
 - 入札者1が参加しない場合、コーヒーとケーキを入札者2に割り当てることが社会的余剰を最大化
 - 入札者1が参加する場合、入札者1以外の勝者は入札者3。その評価値は\$3
 - 入札者3の支払額は $\$8 - \$6 = \$2$
- 虚偽申告は効用を増加させない
 - 入札者2が勝者となるには、bothに対して\$11以上を申告する必要があるが、その場合支払額は評価値の\$8を上回る

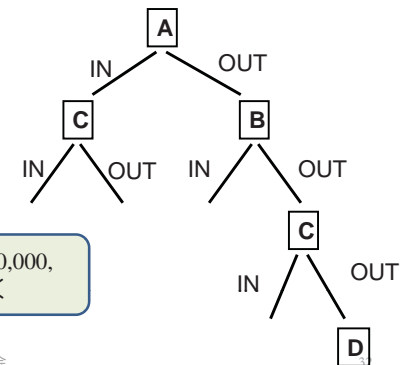
組合せオークションにおける計算の問題

- 勝者決定問題
 - 財の数、入札の数が増えれば、社会的余剰を最大にする勝者の組合せを決定する問題はNP困難
 - 探索手法を工夫することで、大規模な問題に対処
- 選好獲得
- 入札表現
- 架空名義入札

勝者決定問題

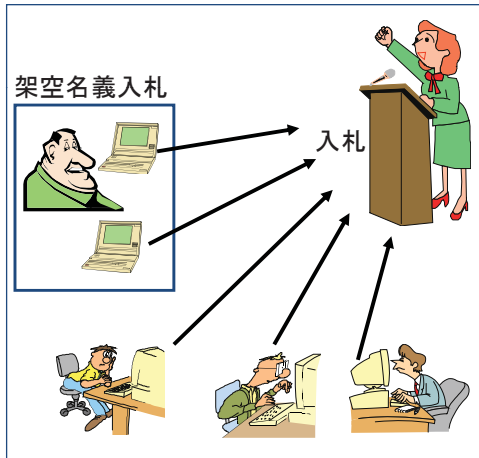
- 入札額の和が最大化されるように免許の割当てを決定する問題
- 探索問題として表現：節点が入札（買手）に対応、その買手を勝者とするか（IN）、しないか（OUT）で分岐
- 例：免許1,2,3に対して5人の入札者

- 入札者A: (1, 2) に\$40
- 入札者B: (2, 3) に\$50
- 入札者C: (3) に\$30
- 入札者D: (1, 3) に\$60
- 入札者E: (1) に\$10



CABOB(Sandholm, et al., 2001)は、財の数10,000, 入札数1,000ぐらいの問題を数秒で解く

架空名義入札



- 一人の人が、複数の人になりすまして、複数の名義で入札をすること
- ネットワーク環境では検出することは事実上不可能

架空名義入札の効果がある (誘因両立性が成立しない) 例



入札者は二人

	coffee	cake	both		coffee	cake	both
Bidder1	\$6	\$5	\$11	Bidder1	\$6	\$0	\$6
Bidder2	\$0	\$0	\$8	Bidder2	\$0	\$0	\$8
				Bidder3	\$0	\$5	\$5

正直に申告した場合:

入札者1が両方の財を得る。
支払額: $\$8 - \$0 = \$8$

入札者1が入札者3 という名義
を使って入札を分割した場合:
入札者1 が両方の財を得る。
支払額: $\$3 + \$2 = \$5$

自動メカニズムデザイン (Conitzer and Sandholm)

- どのような選好分布に対しても、支配均衡において効率的となるメカニズムは存在しない (Gibbard 1973, Satterthwaite 1975)
- しかし、特定の分布をもつ選好に対しては、効率的なメカニズムを設計可能
- 社会的余剰あるいは売り手の収入を目的関数とし、個人合理性などを制約条件として表現し、混合整数計画問題として定式化
- 例
 - AとBの2つの商品を販売
 - 入札者の評価値を以下の組合せに限定
 $(A,B) = \{(0,0), (0,4), (0,5), (4,0), (4,4), (4,5), (5,0), (5,4), (5,5)\}$
 - CPLEXなどのパッケージを用いて混合整数計画問題を解く
 - 解を調べて、より一般的な場合に適用可能な割当規則と支払規則を推測する

周波数オークションの将来

- 1990年代前半に人工知能研究者と経済学者が協働していれば、現在違ったオークション方式が用いられていたかもしれない。
- FCCのオークション方式、同時多数回オークションを基本としているが、修正は加えられている
 - 入札者間の共謀への対処
 - パッケージ入札の併用
- オークションの失敗例
 - 2000年に行なわれた欧州の3Gオークションは、ちょうどITバブルの最中に行われ、イギリスとドイツでは数百億ユーロという異常な価格で落札された。このため、バブル崩壊後、業者の経営が破綻し、サービス開始が遅れた。
 - 一方、スイスでは、最低落札価格に近い価格しか付かなかった (資産辺り30倍近い開き)
- つねに、問題点を発見し、改善していくことが必要

実際の社会制度の設計に向けて

- 西條辰義「デザインサイエンス序説」 経済セミナー2004年11月号より
- 1970年代からメカニズムデザインに関する論文は急激に増加したが、実際の社会で使用されたメカニズムの話はほぼ皆無
- 制度設計の現場に携わる官僚の立場からは、今現在、目の前にある問題を解決する新たな制度が望まれる
- 一方、制度設計の理論や実験、また経済学そのものの進展は彼らが望むほど早くはない
- だからといって、それらが成熟するのを待ってはられない
- 制度設計の現場にいる人々と、理論と実験を知る研究者が協働するのは可能である。制度設計をすべき課題の歴史的・地域的背景を良く知る人々、経済学のみならず、関連分野の理論・実験研究者が力を合わせるしかない

まとめ

- 周波数オークション
 - 米国では、19年に渡る利用実績
 - 日本での利用は、政治状況に依る？
- メカニズムデザイン
 - 複数のステークホルダ間のインセンティブを取り扱う理論
 - 参加者の私的情報を引き出し、望ましい社会的決定を行う
 - 人工知能を始めとして、情報学と経済学が融合する形で発展
- メカニズムデザインの具体例
 - 締切時刻直前の入札集中の問題
 - 試行錯誤的にモデル化
- メカニズムデザインと計算機科学
 - 計算量の問題の緩和
 - ネットワーク環境で生じる新たな問題への対処

参考文献

読み物

- John McMillan. Reinventing the Bazaar, W.W. Norton. 2002. (「市場を創る - バザールからネット取引まで」, NTT出版, 2007.)
 - Rajdeep K. Dash, Nicholas R. Jennings, David C. Parkes, "Computational-Mechanism Design: A Call to Arms," IEEE Intelligent Systems, pp. 40-47, November/December, 2003.
 - Vincent Conitzer. "Making decisions based on the preferences of multiple agents," *Communication of the ACM* 53, 3 (March 2010), pp.84-94.
- 経済学者が書いた専門書
- 坂井豊貴, 藤中裕二, 若山琢磨. メカニズムデザイン - 資源配分制度の設計とインセンティブ, ミネルヴァ書房, 2008.
 - 坂井豊貴. マーケットデザイン入門, ミネルヴァ書房, 2010.
 - Paul Milgrom. Putting Auction Theory to Work, Cambridge Univ. Press, 2004. (「オークション理論とデザイン」, 東洋経済新報社, 2007.)

参考文献

計算機科学者が書いた専門書

- 横尾真. オークション理論の基礎 - ゲーム理論と情報科学の先端領域, 東京電機大学出版局, 2006.
- Peter Cramton, Yoav Shoham, Richard Steinberg (eds.) Combinatorial Auctions, MIT Press, 2006.
- Yoav Shoham, Kevin Leyton-Brown. Multiagent Systems, Cambridge Univ. Press, 2009.
- Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, Vijay V. Vazirani. Algorithmic Game Theory, Cambridge Univ. Press, 2007.
- Zhu Han, Dusit Niyato, Walid Saad, Tamer Basar, Are Hjorungnes. Game Theory in Wireless and Communication Networks - Theory, Models, and Applications, Cambridge Univ. Press, 2012.

その他

- FCC Auctions home.
<http://wireless.fcc.gov/auctions/>